

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.201912018

## 基于离散元的钢-土界面往复剪切特性研究\*

梁越<sup>1,2</sup>, 魏琦<sup>1,2</sup>, 陈创<sup>3</sup>

(1. 重庆交通大学国家内河航道整治工程技术研究中心, 重庆 400074; 2. 重庆交通大学河海学院, 重庆 400074;  
3. 广西博世科环保科技股份有限公司, 广西南宁 530000)

**摘要:** 架空直立式码头结构被越来越多的应用于现代化内河港口建设, 码头中所使用的大直径钢护筒嵌岩桩与桩周回填土形成钢-土界面, 在船舶系靠等重复荷载作用下, 界面的往复剪切行为影响桩基的承载性能。使用颗粒流软件及离散元方法, 通过改变接触面的运动方式模拟了钢-土界面往复剪切特性, 研究了接触面类型、剪切频率和剪切振幅等对往复剪切特性和界面能量变化的影响。研究表明: 试样的剪切区域面积、剪切应力分布受接触面类型及粗糙度影响较大; 同种类型的接触面, 法向应力越大剪切区域面积会随之增大, 但剪切区域面积的增加存在上限; 剪切应力的主要作用范围在接触面中部, 作用范围随着法向应力的增大而增大, 剪切效果是几种因素共同作用的结果; 在往复剪切运动中, 各界面接触面附近孔隙率随时间步长增大不断减小, 部分接触面孔隙率呈周期性波动; 剪切频率、振幅对接触面附近孔隙率影响不大; 边界能中大部分转化为应变能, 小部分转化为摩擦能并受界面类型、界面粗糙度等因素的影响。

**关键词:** 钢-土界面; 往复剪切; 离散元; 颗粒流模拟; 粗糙度; 孔隙率

**中图分类号:** U617 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2023)04-0878-09

## Reciprocating Shear Characteristics of Steel-soil Interface Based on Discrete Element Method

LIANG Yue<sup>1,2</sup>, WEI Qi<sup>1,2</sup>, CHEN Chuang<sup>3</sup>

(1. National Engineering Research Center for Inland Waterway Regulation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. School of River and Ocean Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 3. Guangxi Boshike Environmental Protection Technology Co., Ltd., Nanning 530000, China)

**Abstract:** The structure of overhead vertical wharf is increasingly used in the construction of modern inland ports. The large-diameter steel casing rock socketed pile used in the wharf and the backfill around the pile form a STEEL-SOIL interface. Under the action of repeated loads such as ship berthing, the reciprocating shear behavior of the interface affects the bearing capacity of the pile foundation. Using particle flow software and the discrete element method, the reciprocating shear characteristics of the steel-soil interface are simulated by changing the movement modes of the contact surface. The effects of contact surface type, shear frequency and shear amplitude on the reciprocating shear charac-

\* 收稿日期: 2019-12-18; 修回日期: 2020-06-28

**基金项目:** 国家重点研发计划项目(2018YFB1600400, 2018YFC1504700)、国家自然科学基金项目(41530640)、重庆市基础研究与前沿探索项目(cstc2018jcyjAX0559)、中国地质调查项目(DD20189270)、重庆交通大学研究生教育创新基金项目(2018S012)资助

**作者简介:** 梁越(1985—), 男, 教授, 博士。主要从事地下含水分层析扫描、渗透破坏数学模型及数值模拟方法相关研究。E-mail: liangyue2560@163.com

teristics and the change of interface energy are studied. The results show that the shear area and shear stress distribution of the specimen are greatly affected by the type and roughness of the contact surface; for the same type of contact surface, the larger the normal stress is, the larger the shear area will be, but there is an upper limit to the increase in the shear area; the main active area of the shear stress is in the middle of the contact surface, and it increases with the increase of the normal stress; the shear effect is the result of several factors; in the reciprocating shear movement, the porosity near each interface decreases with the increase of time step, and the porosity near some interfaces fluctuates periodically; the shear frequency and amplitude have little influence on the porosity near the interface; most of the boundary energy is transformed into strain energy, and a small part is converted into friction energy; the transformation is affected by the interface type, interface roughness and other factors.

**Keywords:** steel-soil interface; reciprocating shear; discrete element; particle flow simulation; roughness; porosity

## 0 引言

长江水运任务繁重,在进行内河港口建设时,货物的吞吐量,港口的集约化水平都影响着码头的建设,由于上游复杂的水文地质条件,传统的码头结构形式难以应对频繁的地质灾害。因此架空直立式码头结构越来越多的被应用于现代化内河港口建设<sup>[1-3]</sup>,大直径钢护筒嵌岩桩作为其基础形式被广泛应用<sup>[4]</sup>。

相比传统的钢管桩,土-钢界面有着以下特点:钢护筒嵌岩桩与回填土之间是通过钢界面传递应力应变的,与混凝土桩和回填土的接触问题存在本质上的区别;长江上游地区,多以泥岩作为码头回填土料,其力学性质有别于其他工程填料,故其与钢界面相互作用的力学性质有一定代表性;码头上部经常会受到船舶的撞击,下部会受到波浪荷载等循环作用,作为基础的钢护筒会与其邻近土体发生往复剪切,从而影响码头结构稳定。

钢护筒嵌岩桩与桩周回填土接触形成受土体与钢结构共同约束的钢-土界面,在船舶系靠等重复荷载作用下,钢护筒的应力应变通过钢-土界面传递给土体,界面的往复剪切行为影响桩基的承载性能,因此研究钢-土界面运动行为有利于内河港口的建设和使用<sup>[5]</sup>。

当前,对于接触面的研究通常采用模型试验或进行数值模拟等方法。费逸等<sup>[6]</sup>通过剪切试验,研究了注浆对于砂土与混凝土接触面力学特性的影响,发现注浆显著提高了接触面的抗剪强度,随注浆量的增大抗剪强度提高的幅度有减弱的趋势。

王海军等<sup>[7]</sup>通过轴心静压试验讨论了加强肋、桩尖形状、外管突出长度参数对极限承载力和变形性能等力学性能的影响,发现用加强肋可以明显改善承载力,但对变形性能的影响较弱。目前的剪切特性研究中,剪切的主要方式是单向剪切,对于往复剪切涉及较少。I.Shahrour等<sup>[8]</sup>对砂土与钢板接触面特性进行研究,通过循环加载试验发现在剪应力反向时接触面先发生剪缩,随后发生剪胀。但现阶段的研究大多未考虑类似船舶系缆所造成的往复剪切问题,不能揭示往复剪切作用下界面内部的受力变形特性。

数值模拟方法可以模拟土颗粒在荷载作用下的运动规律,从细观层次揭示土颗粒与结构接触面特性的强度和变形机制<sup>[9]</sup>。颗粒流程序(PFC)可以用于解决静态与动态问题、进行参数预测与原始资料详细情况下的实际模拟以及模拟颗粒间的相互作用<sup>[10]</sup>,常被用于进行基本土力学试验模拟以代替实际试验<sup>[11-14]</sup>。本文采用PFC数值方法建立了钢-土界面往复剪切模型,通过使模型边界进行往复剪切,对试样在不同条件下的往复剪切特性进行了研究。

## 1 离散元基本原理

Particle Flow Code(PFC)是基于离散元开发的程序。PFC模型对大量颗粒的运动进行模拟,研究其运动特性及相互作用<sup>[15]</sup>。在模拟过程中每个颗粒都是具有一定质量的相互独立的刚体,在设置合适的参数后模拟颗粒运动,在颗粒间相互接触时,通过连接作用传递内力和弯矩并不断更新,以此体现接触力学机制,反应与研究对象一致的力学

行为。模型通常由颗粒、颗粒之间的相互接触属性和墙体组成。

在 PFC<sup>2D</sup> 中,颗粒用一定厚度的圆盘表示且被假设为刚体,用成对的内力和力矩表示颗粒间相互作用。假设墙体不服从运动方程,除人为设定外墙体不会受作用力影响而运动,在接触点墙体与颗粒产生线性接触。

## 2 钢-土界面颗粒流模型

在使用 PFC<sup>2D</sup> 进行往复剪切模拟时,首先生成所需的试验模型,向其中添加试验所需属性的颗粒,在限定了颗粒间相关参数之后,使用编程语句实现试样盒的往复剪切并对其中的运动进行监测,在不断改变外部参数的过程中,实现模型的往复剪切特性研究<sup>[16]</sup>。

### 2.1 模型几何属性

试样剪切盒为四道墙体围成的 25 mm × 50 mm (高 × 宽) 的长方形模型,其下部设置不同粗糙度的钢-土界面,在生成时将四道墙体分别相应延长 0.25 倍,生成模型如图 1 所示。

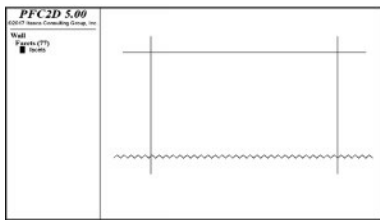


图 1 剪切盒模型示意

Fig. 1 Schematic diagram of shear box model

### 2.2 模型颗粒生成

由于粗粒土的形状各异性和可破碎性,按照颗粒级配生成圆形颗粒,最小颗粒半径为 0.4 mm,根据不同的实验条件生成不同孔隙率和不同数目的颗粒,采用 Cluster 命令用颗粒簇将圆形颗粒进行等体积的替换。最终生成颗粒如图 2 所示。

### 2.3 模型参数设置

在生成颗粒时,颗粒密度设为 2 646 kg/m<sup>3</sup>,接触模型的设置中,颗粒和墙体的接触采用线性模型,颗粒之间接触模量设为 7 GPa,颗粒间接触采用

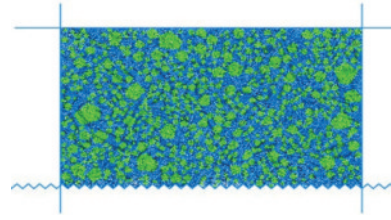


图 2 生成 Cluster 后模型示意

Fig. 2 Schematic diagram after cluster generation

平行黏接模型,颗粒的法向刚度与切向刚度比值为 3.6,颗粒间摩擦系数为 0.5,相对应的摩擦角设为 70°。模型中的接触黏结强度根据给定的均值和标准差按正态分布规律随机取值,其中法向和切向黏结强度值均为 80 MPa,强度偏差均为 30 MPa。在重力的作用下,初始状态通过 Cycle 命令使模型平衡。

### 2.4 实现往复剪切运动

接触面由若干面墙体组成,通过定义  $x$  方向的速度控制接触面底部墙体进行左右往复运动,使模型内部的颗粒发生相对错动,实现接触面对粗粒土的往复剪切运动。

$$\left. \begin{aligned} v_x &= A_x \left( \sin \left( \omega_x t + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\ v_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $v_x$ 、 $v_y$  为延  $x$  和  $y$  方向的振动速度;  $A_x$  为底部墙体的振幅;  $\omega_x$  为底部墙体的振动频率;  $t$  为墙体在振动过程中的时间变量。

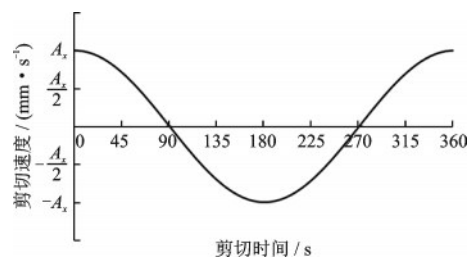


图 3 速度变化曲线

Fig. 3 Velocity curve

### 2.5 荷载的施加及数据监测

在模拟过程中通过控制试样顶部墙体的运动施加法向应力:

$$\Delta \sigma^w = \frac{k_n^w n_c v^w \Delta t}{A} \quad (2)$$

式中,  $k_n^w$  为接触之间的平均刚度;  $n_c$  为颗粒与墙体

的接触个数;  $v^w$  为墙体运动速度;  $\Delta t$  为时间时步;  $A$  为墙体接触面积(此处表现为墙体长度)。

在系统进行加载的过程中, 预设一个围压值, 利用命令对墙体的法向应力进行监测, 当监测值与预设值趋近时停止加载。

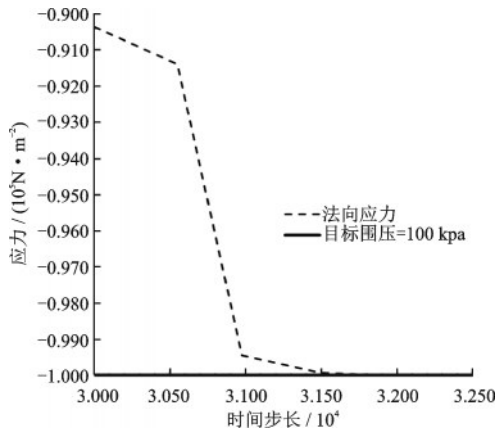


图4 试样加载时法向应力监测

Fig.4 Normal stress monitoring during loading of specimens

## 2.6 数值模拟方案

界面粗糙度是影响界面剪切行为的一个关键因素。使用标准化粗糙度( $R_n$ )评估钢板的不均匀性,  $R_n$ 定义为钢板粗糙度( $R_{max}$ ), 是与土壤平均直径( $D_{50}$ )相比的因素<sup>[17]</sup>。在实际工程中接触面由于材料或者构造的不同, 会出现出不同的粗糙面, 为了研究不同界面类型下试样的往复剪切特性, 选择三种不同接触面, 设置不同的槽间距模拟不同界面粗糙度。图5中, I型接触面为平型界面, 由一条直线形成; II型接触面为锯齿状凹型界面, 由条件语句将下界面等间距的点设定在不同高度, 形成锯齿状, 槽间距分别为0.25、0.5、1.5 mm; III型接触面为凸型界面, 由条件语句将下界面等分, 每两个相邻的间隔设置在不同高度, 形成凹凸状, 槽间距为0.75和1.5 mm。同时选择四种不同大小的法向应力, 设计的试验方案见表1。

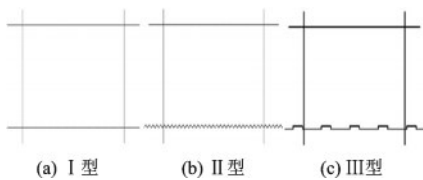


图5 剪切盒接触面类型

Fig. 5 Contact type of shear box

表1 试验方案

Table 1 Experiment scheme

接触面类型	试样编号	法向应力/kPa	槽间距/mm
I型	I-1	100	0
	I-2	200	
	I-3	300	
	I-4	400	
IIA型	IIA-1	100	0.25
	IIA-2	200	
	IIA-3	300	
	IIA-4	400	
IIB型	IIB-1	100	0.5
	IIB-2	200	
	IIB-3	300	
	IIB-4	400	
IIC型	IIC-1	100	1.5
	IIC-2	200	
	IIC-3	300	
	IIC-4	400	
IIIA型	IIIA-1	100	0.75
	IIIA-2	200	
	IIIA-3	300	
	IIIA-4	400	
IIIB型	IIIB-1	100	1.5
	IIIB-2	200	
	IIIB-3	300	
	IIIB-4	400	
接触面类型	试样编号	法向应力/kPa	剪切频率
IIB型	1-1	300	15
	1-2		20
	1-3		25
	1-4		30
接触面类型	试样编号	法向应力/kPa	剪切振幅
IIB型	2-1	300	8
	2-2		10
	2-3		12
	2-4		14

## 3 试验结果分析

### 3.1 试验模型验证

通过改进原有的ZJ型直剪仪进行试验模拟: 将原直剪仪上剪切盒与拉压力传感器固定, 并在下剪切盒上加有一块自行设计的具有不同粗糙度表面

的钢板(模拟结构物接触面),试验时,通过右端驱动器轴承带动下剪切盒及固定在上方的钢板往返移动,使之与装在上剪切盒中的试样产生来回滑动,从而达到往复剪切的效果。

图6分别对应室内试验和颗粒流模拟下剪切应力和方向位移随时间变化的散点图。如图所示,曲线的整体发展趋势基本一致,在循环次数较小时,由于颗粒粒径和模型试样内部的 cluster 形状和分布情况不同,误差较大,但随循环次数增加,模型拟合性得到提高。在已有的条件及模拟基础上误差较小,可忽略不计。证明运用 PFC 建立颗粒流数值模型分析钢-土界面往复剪切运动的可行性。

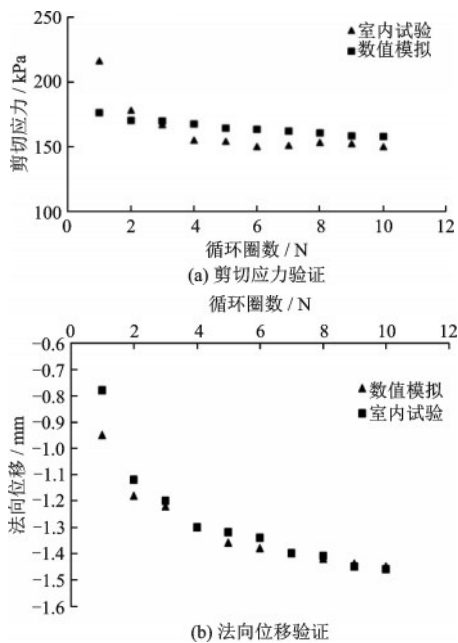


图6 试验与模拟结果验证

Fig. 6 Verification of test and simulation results

### 3.2 不同接触面类型试验结果分析

剪切试验中,剪切荷载作用下,剪切区域的分布可由颗粒的水平向位移反映出,试样在模型接触面位置的左右两端位移并不明显,在接触面中部颗粒的水平位移大于其他颗粒。

在 100 kPa 法向应力下,平型界面中颗粒呈现较为松散的状态,颗粒间接触应力不大,在施加法向应力对粒子进行扰动后,粒子间位移较大形成较厚的剪切区域。剪切区域内颗粒受摩擦阻力作用向后移动,自由端附近上部颗粒产生向上移动的趋势,绘制颗粒的位移矢量如图7所示。

凹型界面中当槽间距为 A、C 型时剪切区域面积差距不大,当槽间距为 B 型时,剪切区域面积随法

向应力增大而增大,剪切区域面积在 300 kPa 时达到最大值。

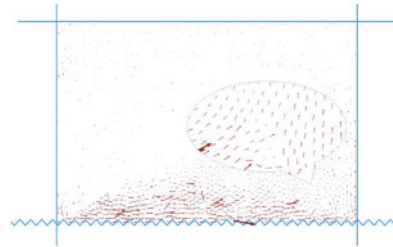


图7 模型位移场

Fig. 7 Model displacement field

凸型界面试验中,A型接触面剪切区域面积相差不大,剪切区域受法向应力影响并不明显;B型接触面在剪切过程中,剪切区域的形态随着法向应力变化存在较大区别,接触面上凸部分与下凹部分接触不同,对剪切应力响应程度不同,其中上凸部分为界面与颗粒接触,下凹部分为颗粒与颗粒接触。

在相同的法向应力条件下,对比不同接触面的剪切区域面积,当接触面槽间距较大时剪切区域面积较小,表明在往复运动中接触面类型的不同会对颗粒的运动产生不同的影响。

### 3.3 剪切频率对试样的影响

在 300 kPa 法向应力和 II B 型接触面条件下对比分析 15、20、25、30 Hz 剪切频率下钢-土界面往复剪切特性演变规律。在相同的剪切时间下,随着剪切频率的增加,接触面附近土体扰动变得更加频繁,上部颗粒更容易运动,剪切区域面积更大。不同剪切频率下剪应力分布位置相似,剪切频率影响的仅是颗粒间剪切应力的大小,但该影响不存在明显线性关系。

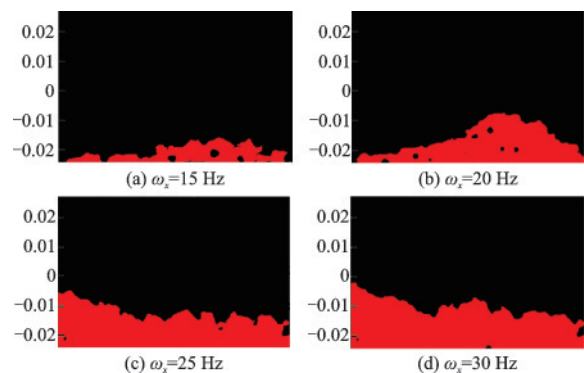


图8 不同剪切频率下剪切区域分布

Fig. 8 Shear area distribution at different shear frequencies

### 3.4 剪切振幅对模型的影响

在 300 kPa 法向应力和 II-B 型接触面条件下对比分析 8、10、12、14 mm 剪切振幅下钢-土界面往复剪切特性演变规律。剪切区域面积受剪切振幅影响较大,随振幅增大剪切区域面积增大,但剪切区域面积的增大存在一个上限。不同剪切振幅下剪应力分布位置相似,颗粒间剪切应力的分布大小同样受剪切振幅影响,但不存在明显线性关系。

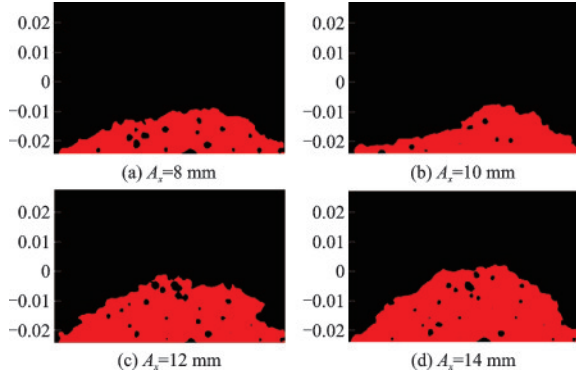


图 9 各剪切振幅下剪切区域分布云图

Fig. 9 Shear area distribution at different shear amplitudes

### 3.5 土体孔隙率演化规律

在往复剪切作用下,土颗粒背离接触面运动。在 300 kPa 法向应力条件下,布置摩尔测量圆通过 history 命令监测模型孔隙率的变化,分析不同接触面对孔隙率的影响,如图 10 所示。

由试验结果可知,随着时间步长的推进,颗粒间由于往复的剪切运动使得接触面附近颗粒簇破碎后重新排列,导致平均孔隙率逐渐减小,在一定时间后趋于稳定,表明试样在试验过程中发生了减缩。但在凹型界面中,A、C 型粗糙度在剪切中、后期孔隙率呈现周期性的波动,说明在凹型界面中可能会存在颗粒在接触面槽间随接触面进行往复剪切运动的情形。出现这种情况,是由于接触面表面的间隙将一部分颗粒卡在其内部,在剪切中、后期会形成颗粒-颗粒之间剪切作用,在 PFC 中单个颗粒不能破碎,所以会引起孔隙率周期性波动。孔隙率随往复运动不断发生周期变化,说明接触面对孔隙率的变动产生一定影响。

试样中不同剪切频率、振幅下孔隙率随时间步长的变化曲线如图 11 所示,在剪切初期,各类型接触面附近孔隙率趋势相同,在运动中后期,由于各个接触面的差异,曲线的变化有小幅度的不同,但

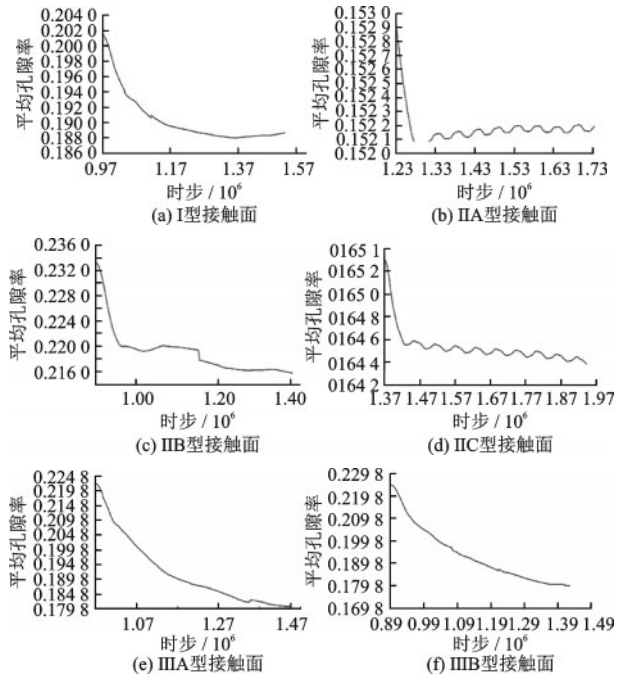


图 10 各界面接触面附近孔隙率随时步变化曲线

Fig. 10 Curve of porosity change with time in the vicinity of interface contact

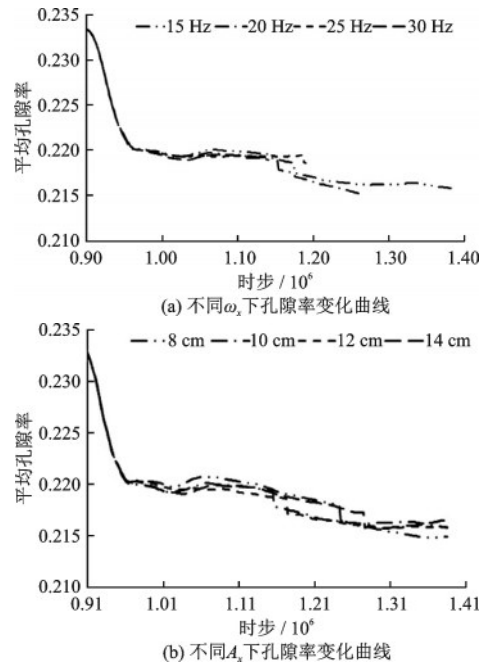


图 11 不同剪切频率、振幅下孔隙率随时步变化曲线

Fig. 11 Curves of porosity change with time steps under different shear frequencies and amplitudes

曲线的大体趋势相同,因此可认为剪切频率、振幅对接触面附近孔隙率影响不大。

### 3.6 能量变化

试样在运动过程中能量的变化由边界功、摩擦

功和应变功组成,其中墙体对于颗粒所做功的总和为边界功,所有颗粒的接触间因位移而摩擦耗散的总能量为摩擦功,所有接触处颗粒的总应变能为应变功,随模型运动时步的增加,三者均增大。对ⅡB型接触面,研究不同法向应力条件下的能量值变化,在时步相同时,法向应力越大,试样产生的外力越大,颗粒运动所需的应变能越大,试样越稳定;内部颗粒接触增多,颗粒更密实,模型试样的应变功越大。研究发现:在相同界面条件下,不同法向应力时试样的能量随时步变化曲线具有相似性。

由图12可知,边界能的输入与接触面类型和接触面粗糙度有关。这是由于接触面类型不同,在初

始法向应力的作用下颗粒密实度不同,随着密实度的增大,颗粒的运动状态越难改变,运动所需输入的边界功越大;同样在不同粗糙度条件下,槽间距的大小对试样中颗粒的密实程度会有影响,在外力作用下颗粒运动状态的改变难度不同,导致输入边界功不同。

模型所输入的边界功大部分转化为应变功,颗粒位于模型边界内,只有剪切区域内颗粒存在明显运动,摩擦功较小。随着时步的增加,摩擦功和应变功增大,但受不同接触面和粗糙度影响较大。其中摩擦功受往复剪切的周期性运动影响,与时步关系曲线呈现波浪形。表明颗粒受接触面运动影响向上爬升或向后下滑运动。

## 4 讨论

通过设计不同接触面类型,进行粗粒土-钢界面的往复剪切模拟,研究了钢-土界面的往复剪切运动行为,在外力作用下模型应力分布、位移分布的不均匀性,在剪切过程中试样发生了剪缩变形导致试样孔隙率。

剪切过程中,剪切应力主要集中在模型的接触面范围内的剪切区域,模型上部不受影响。剪切应力主要集中在接触面中部导致剪切区域的中部较厚,剪应力的作用范围随着法向应力的增大而增大。

在往复剪切运动中,各界面接触面附近孔隙率在剪切初期均迅速减小随后趋于稳定,部分接触面孔隙率呈周期性波动。而剪切频率、振幅在剪切初期对接触面附近孔隙率影响较小,在剪切中后期稍有不同,但总体变化趋势相同,剪切频率、振幅对孔隙率变化影响不大。

在模型能量变化过程中,边界能受到法向应力、界面类型、界面粗糙度的影响,其中大部分转化为应变能,小部分转化为摩擦能。

## 5 结论

通过PFC软件模拟了粗粒土-钢界面往复剪切试验,研究了往复剪切过程中法向应力、界面粗糙度等对钢-土界面的影响,通过其细观表现,进一步研究了其剪切特性。得出以下主要结论:

(1)离散元软件模拟了颗粒间、以及颗粒与接

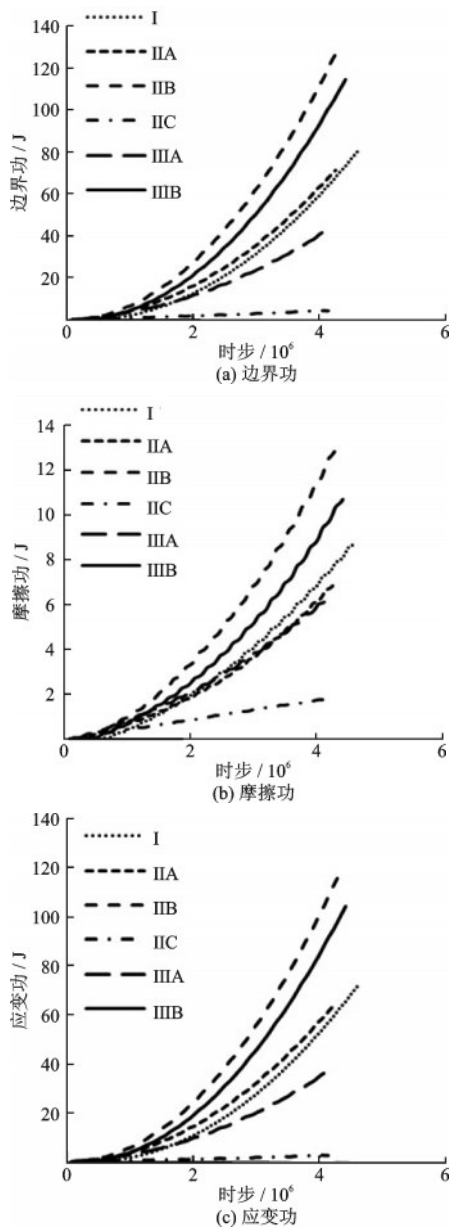


图12 能量变化曲线

Fig. 12 Energy change curve

触面间的相互作用,在模拟往复剪切运动上有明显的优势。

(2)接触面类型及接触面粗糙度对试样剪切区域面积和颗粒剪切应力分布均有较大影响。

(3)同一类接触面,剪切区域面积随法向应力增大而增大,但存在一个最大值;不同类型接触面,在相同法向应力条件下产生的剪切区域面积差距较大。

(4)接触面类型和粗糙度对模型的孔隙率有影响,多种因素共同影响试样的剪切效果。

(5)模型的边界能输入后,大部分转化为应变能,小部分转化为摩擦能且受法向应力、界面粗糙度、界面类型影响。

## 参考文献:

[1] 刘明维,贾理,梁越,等.三峡成库后库区码头基础形式分析及研究展望[J].中国港湾建设,2014(3):13-19.  
Liu M W, Jia L, Liang Y, et al. Analysis and research of the wharf foundation type after the three gorges reservoir area [J]. China Harbour Engineering, 2014 (3) : 13-19. (in Chinese)

[2] 廖红建,盛谦,高石夯,等.库水位下降对滑坡体稳定性的影响[J].岩石力学与工程学报,2005,24(19):56-60.  
Liao H J, Sheng Q, Gao S H, et al. Influence of drawdown of reservoir water level on landslide stability [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(19): 56-60. (in Chinese)

[3] 戴会超,王玲玲,蒋定国.三峡水库蓄水前后长江上游近期水沙变化趋势[J].水利学报,2007,373(增1):226-231.  
Dai H C, Wang L L, Jiang D G. Near term water flow and silt concentration variation trend of Yangtze River before and after impounding of Three Gorges Reservoir [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 373 (Sup1) : 226-231. (in Chinese)

[4] 李坚平.框架码头大直径钢护筒嵌岩桩基工作性状研究[D].重庆:重庆交通大学,2015.  
Li J P. Study on the mechanical performance of large diameter steel-tube-concrete-rock-socketed piles in the frame wharf [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2015. (in Chinese)

[5] 梁越,刘泽宇,张强,等.破碎泥岩颗粒与钢护筒接触面往复剪切特性试验研究[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2016,35(4):60-64.

Liang Y, Liu Z Y, Zhang Q, et al. Reciprocating shear characteristics of contact interface between broken mudstone and steel casing [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2016, 35 (4) : 60-64. (in Chinese)

[6] 费逸,赵春风,王有宝,等.砂土-混凝土接触面注浆剪切试验研究[J].三峡大学学报(自然科学版),2019,41(4):1-5.  
Fei Y, Zhao C F, Wang Y B, et al. Shear experiment study of sand-concrete interface considering grouting. Journal of China Three Gorges University (Natural Sciences), 2019, 41(4) : 1-5. (in Chinese)

[7] 王海军,魏华,杨建民.二重钢管混凝土桩头的性能研究[J].沈阳工业大学学报,2005,27(6):674-677.  
Wang H J, Wei H, Yang J M. Study on bearing capacity of doubled steel tubular pile [J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2005, 27 (6) : 674-677. (in Chinese)

[8] Shahrour I, Rezaie F. An elastoplastic constitutive relation for the soil-structure interface under cyclic loading [J]. Computers and Geotechnics, 1997, 21(1):21-39.

[9] 曹文,李维朝,唐斌,等.PFC滑坡模拟二、三维建模方法研究[J].工程地质学报,2017,25(2):455-462.  
Cao W, Li W C, Tang B, et al. PFC Study on building of 2D and 3D landslide models [J]. Journal of Engineering Geology, 2017, 25(2) : 455-462. (in Chinese)

[10] 王思齐.基于PFC2D的滑坡破坏及运动过程模拟[J].科技创新与应用,2019(2):79-81.  
Wang S Q. Simulation of landslide failure and movement process based on PFC2D [J]. Technology Innovation and Application, 2019(2) : 79-81. (in Chinese)

[11] 夏磊,曾亚武.基于PFC2D数值模拟的交替压裂中应力阴影效应研究[J].岩土力学,2018,39(11):4269-4277,4286.  
Xia L, Zeng Y W. Stress shadow effect of alternative fracturing based on numerical simulation of PFC2D [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(11) : 4269-4277, 4286. (in Chinese)

[12] 施凤根.基于PFC3D的文家沟滑坡高速远程运动学特征研究[D].北京:中国地质大学,2014.  
Shi F G. The study of rapid and long-runout characteristics of Wenjiagou landslide based on PFC3D [D]. Beijing: China University of Geosciences, 2014. (in Chinese)

[13] 李爽,刘洋,吴可嘉.砂土直剪试验离散元数值模拟与细观变形机理研究[J].长江科学院院报,2017,34(4):104-110.  
Li S, Liu Y, Wu K J. Exploring mesoscopic deformation

- mechanism of sand in direct shear test by numerical simulation using discrete element method [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2017, 34(4): 104-110. (in Chinese)
- [14] 刘方成, 吴孟桃. 橡胶砂直剪试验的颗粒离散元细观力学模拟[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2017, 40(7): 944-951.
- Liu F C, Wu M T. Micromechanics simulation of direct shear test of rubber-sand mixture with discrete element method [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2017, 40(7): 944-951. (in Chinese)
- [15] 杜娟. 二维颗粒流程序 PFC2D 特点及其应用现状综述[J]. 安徽建筑工业学院学报(自然科学版), 2009, 17(5): 68-70.
- Du J. The overview of characteristics and applications of PFC2D [J]. Journal of Anhui Institute of Architecture & Industry (Natural Science), 2009, 17(5): 68-70. (in Chinese)
- [16] 杨艳, 常晓林, 周伟, 等. 裂隙岩体水力劈裂的颗粒离散元数值模拟[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2012, 44(5): 78-85.
- Yang Y, Chang X L, Zhou W, et al. Simulation of hydraulic fracturing of fractured rock mass by PFC~(2D) [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2012, 44(5): 78-85. (in Chinese)
- [17] Liang Y, Yeh T C J, Wang J, et al. Effect of particle size distribution on soil-steel interface shear behavior [J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2017, 54(5): 310-317.
- (本文编辑: 赵霞)